

Kapitel 5: Einfaktorielle Varianzanalyse

Berechnen der Teststärke a priori bzw. Stichprobenumfangsplanung	1
Teststärkebestimmung a posteriori	2
Berechnen der Effektgröße f aus empirischen Daten und Bestimmung der zugehörigen beobachteten Teststärke	4
Literatur	6

Berechnen der Teststärke a priori bzw. Stichprobenumfangsplanung

Nach dem Starten von G*Power müssen Sie für dieses Kapitel zunächst unter Test family „F-Tests“ und unter Statistical test „ANOVA: Fixed effects, omnibus, one-way“ auswählen. Sie erhalten nun folgendes Eingabefenster:

The screenshot shows the G*Power software interface. The 'Test family' is set to 'F tests' and the 'Statistical test' is 'ANOVA: Fixed effects, omnibus, one-way'. The 'Type of power analysis' is 'A priori: Compute required sample size - given alpha, power, and effect size'. Under 'Input Parameters', the 'Determine =>' button is selected, and the values are: Effect size f = 0.25, alpha err prob = 0.05, Power (1-beta err prob) = 0.95, and Number of groups = 5. Under 'Output Parameters', the values are: Noncentrality parameter lambda = ?, Critical F = ?, Numerator df = ?, Denominator df = ?, Total sample size = ?, and Actual power = ?.

Für die Berechnung der Teststärke a priori sind die Optionen bereits voreingestellt. Ist keine Effektgröße aus Vorstudien oder anderen Untersuchungen aus der Literatur bekannt, so empfiehlt sich eine Orientierung an den von Cohen (1988) vorgeschlagenen Konventionen. G*Power verwendet die Effektstärke f, das sich leicht in das in Kapitel 5 insbesondere diskutierte Ω^2 umwandeln lässt:

$$f = \sqrt{\Phi^2} = \sqrt{\frac{\Omega^2}{1 - \Omega^2}}$$

Als Beispiel für die Stichprobenumfangsplanung einer einfaktoriellen Varianzanalyse ohne Messwiederholung soll der Vergleich von drei Gruppen dienen. Das Signifikanzniveau ist $\alpha = 0,05$. Wie viele Versuchspersonen werden benötigt, um in diesem experimentellen Design einen mittleren Effekt von $\Omega^2 = 0,06$ bzw. $f = 0,25$ mit einer Teststärke von 80% zu finden, falls er wirklich existiert?

G*Power-Ergänzungen

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 2* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

Geben Sie die entsprechenden Angaben in G*Power ein, und drücken Sie „Calculate“. Es ergibt sich folgendes Ergebnis:

Input Parameters		Output Parameters		
Determine =>	Effect size f	0.25	Noncentrality parameter λ	9.9375000
	α err prob	0.05	Critical F	3.0540042
	Power (1- β err prob)	0.80	Numerator df	2
	Number of groups	3	Denominator df	156
			Total sample size	159
			Actual power	0.8048873

Um einen mittleren Effekt mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% zu finden, falls er existiert, sollten insgesamt 159 Versuchspersonen untersucht werden, 53 pro Gruppe. G*Power gibt auch den Nonzentralitätsparameter λ und den kritischen F-Wert an. Berechnen Sie selber einmal, wie viele Versuchspersonen benötigt werden, um mit demselben experimentellen Design einen kleinen bzw. einen großen Effekt mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% zu entdecken! Dies hilft Ihnen, um ein Gefühl für die Abhängigkeit von Teststärke und Effektgröße zu entwickeln.

Teststärkebestimmung a posteriori

In der Forschungspraxis ist eine Teststärkebestimmung a priori bzw. eine Stichprobenumfangsplanung bedauerlicher Weise noch kein Standard. Häufig wünschen sich Wissenschaftler aber nach einem nicht-signifikanten Ergebnis in einer Untersuchung zumindest eine Antwort auf die Frage, wie groß denn die Chance überhaupt war, den vermuteten Effekt zu finden. Die Teststärkebestimmung a posteriori beantwortet diese Frage.

Stellen Sie sich vor, ein Forscher hat eine Untersuchung mit drei Bedingungen durchgeführt. In jeder dieser experimentellen Bedingungen waren 20 Versuchspersonen. Es haben also 60 Personen an der Studie teilgenommen. Der Forscher hat die Unterschiede zwischen den Gruppen mit Hilfe einer einfaktoriellen Varianzanalyse ausgewertet und findet ein nicht signifikantes Ergebnis. Das Signifikanzniveau war $\alpha = 0,05$. Kann der Forscher auf Grund seines Ergebnisses mit großer Sicherheit ausschließen, dass kein Effekt mittlerer Größe existiert?

Zur Beantwortung dieser Frage schalten Sie G*Power unter „Type of power analysis“ um auf eine post hoc Analyse. Geben Sie die entsprechenden Angaben ein ($f = 0,25$, $\alpha = 0,05$, $N = 60$, Anzahl Gruppen = 3) und drücken Sie „Calculate“. Sie erhalten folgendes Ergebnis:

G*Power-Ergänzungen

Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 2* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

The screenshot shows the G*Power interface with the following settings:

Test family		Statistical test	
F tests		ANOVA: Fixed effects, omnibus, one-way	
Type of power analysis			
Post hoc: Compute achieved power – given α , sample size, and effect size			
Input Parameters		Output Parameters	
Determine =>		Noncentrality parameter λ	3.7500000
Effect size f	0.25	Critical F	3.1588427
α err prob	0.05	Numerator df	2
Total sample size	60	Denominator df	57
Number of groups	3	Power (1- β err prob)	0.3744311

Die Wahrscheinlichkeit, einen mittleren Effekt der Größe $f = 0,25$ ($\Omega^2 = 0,06$) mit einer Versuchspersonenanzahl von $N = 60$ zu finden, falls er existiert, war $1-\beta = 37,44\%$. Der Forscher konnte also einen Effekt mittlerer Größe mit seiner Anzahl an Versuchspersonen nur mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit entdecken. Anders ausgedrückt: Die Entscheidung anzunehmen, das kein Effekt mittlerer Größe existiert, ist mit hoher Wahrscheinlichkeit falsch ($\beta = 62,56\%$). Der Forscher kann also auf Grund seines Ergebnisses nicht behaupten, dass ein Effekt mittlerer Größe nicht existiert, obwohl er ein nicht signifikantes Ergebnis erhalten hat.

Er kann allerdings mit einer höheren Wahrscheinlichkeit ausschließen, dass ein großer Effekt von $f = 0,40$ existiert, denn den hätte er eher mit 60 Versuchspersonen finden sollen:

The screenshot shows the G*Power interface with the following settings:

Input Parameters		Output Parameters	
Determine =>		Noncentrality parameter λ	9.6000000
Effect size f	0.40	Critical F	3.1588427
α err prob	0.05	Numerator df	2
Total sample size	60	Denominator df	57
Number of groups	3	Power (1- β err prob)	0.7757304

Die Teststärke war $77,57\%$, um einen großen Effekt von $f = 0,4$ ($\Omega^2 = 0,14$) zu entdecken, falls dieser wirklich existiert. Der Forscher kann also auf Grund seines nicht signifikanten Ergebnisses mit einer Sicherheit von $77,57\%$ ausschließen, dass ein großer Effekt von $f = 0,4$ (oder größer) existiert. Kleinere Effekte kann er nur mit deutlich geringerer Sicherheit ausschließen.

Berechnen der Effektgröße f aus empirischen Daten und Bestimmung der zugehörigen beobachteten Teststärke

In Kapitel 5.3.2 haben Sie erfahren, wie sich die Effektgröße f^2 aus dem empirischen F-Wert berechnen lässt. Die Daten beruhen auf dem Vergleich zwischen der Erinnerungsleistung von Adjektiven in den Verarbeitungsbedingungen „strukturell“, „bildhaft“ und „emotional“. An dem Versuch haben 150 Personen teilgenommen (50 pro Bedingung), die Unterschiede zwischen den drei Gruppen waren insgesamt signifikant. Für dieses Beispiel wurde folgender Effekt geschätzt:

$$f^2 = \frac{(F_{(df_{\text{Zähler}}, df_{\text{Nenner}} - 1)} - 1) \cdot df_{\text{Zähler}}}{N} = \frac{(21,59 - 1) \cdot 2}{150} = 0,2745$$

Die Effektstärke f ergibt sich als Wurzel aus f^2 :

$$f = \sqrt{f^2} = \sqrt{0,2745} = 0,5239$$

G*Power bietet eine weitere Möglichkeit, die Effektstärke f zu schätzen. Nach dem Drücken der Taste „Determine“ haben Sie die Möglichkeit, die Mittelwerte der Gruppen und die Streuung der Werte einzutragen (siehe folgende Tabelle).

Deskriptive Statistiken

Abhängige Variable: Gesamtzahl erinnerter Adjektive

Verarbeitungsbedingung	Mittelwert	Standardabweichung	N
strukturell	7,20	3,162	50
bildhaft	11,00	4,140	50
emotional	12,02	4,206	50
Gesamt	10,07	4,368	150

Geben Sie in das Feld „Number of Groups“ eine Drei ein. In dem nächsten Feld wird die Standardabweichung innerhalb der Gruppen verlangt. Sie sollte auf Grund der Annahme der Varianzhomogenität in allen experimentellen Gruppen gleich sein. Empirisch ist dies aber nie genau der Fall. Deshalb muss ein mittlerer Wert gebildet werden, der allerdings bei großen Unterschieden zwischen den Varianzen zu Verzerrungen führen kann. Die Mittelung bei drei Versuchsbedingungen sollte nach folgender Formel erfolgen:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2}{3}} = \sqrt{\frac{3,162^2 + 4,14^2 + 4,206^2}{3}} = 3,8656$$

Geben Sie diesen mittleren Wert für die Streuung bei „SD σ within each group“ ein (Achtung: Punkt statt Komma!). Geben Sie nun die Mittelwerte und Gruppengrößen ein, bis Sie folgendes Bild erhalten:

G*Power-Ergänzungen

Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 2* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

Group	Mean	Size
1	7.20	50
2	11.00	50
3	12.02	50

Number of groups: 3
SD σ within each group: 3.8656

Equal n: 20
Total sample size: 150
Effect size f: ?

Betätigen Sie nun „Calculate“. Es ergibt sich eine Effektstärke f von 0,5365, die nur geringfügig von dem oben per Hand berechneten Wert abweicht. Über die Option „Calculate and transfer to main window“ können Sie diesen Wert direkt in das Hauptfenster für die Teststärkenberechnung einfügen. Die a posteriori Powerberechnung für den aus den empirischen Daten geschätzten F-Wert führt zu folgendem Ergebnis:

Input Parameters		Output Parameters	
Effect size f	0.5365240	Noncentrality parameter λ	43.1787004
α err prob	0.05	Critical F	3.0576207
Total sample size	150	Numerator df	2
Number of groups	3	Denominator df	147
		Power ($1-\beta$ err prob)	0.9999853

Die Wahrscheinlichkeit, einen Effekt der Größe $f = 0,5365$ bei drei Gruppen à 50 Versuchspersonen und einem Signifikanzniveau von 5% zu finden, falls er existiert, war größer als 99%. Diese a posteriori Berechnung der Teststärke für einen aus vorliegenden Daten geschätzten Effekt entspricht der Angabe der „Beobachteten Schärfe“ in SPSS (siehe SPSS Ergänzungen für Kapitel 5, Auswertung über „Allgemeines lineares Modell“ → „Univariat“, nicht über „Mittelwerte vergleichen“ → „Einfaktorielle ANOVA“).

Literatur

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NY: Erlbaum.