

Aufgaben zu Kapitel 5:

Aufgabe 1:

Ein Wissenschaftler untersucht, in wie weit die Reaktionszeit auf bestimmte Stimuli durch finanzielle Belohnung zu steigern ist. Er möchte vier Bedingungen vergleichen: Keine Belohnung, 5€, 10€ und 20€. Er erwartet einen mittleren Effekt.

- a) Wie viele Versuchspersonen benötigt er, um bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$ den erwarteten Effekt mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% zu finden?
- b) Wie viele Versuchspersonen müsste er für einen kleinen bzw. einen großen Effekt erheben?

Aufgabe 2:

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen Varianzanalyse hat sich folgender SPSS Output ergeben:

ONEWAY ANOVA

AV

	Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
Zwischen den Gruppen	34.022	2	17.011	4.747	.011
Innerhalb der Gruppen	311.767	87	3.584		
Gesamt	345.789	89			

- a) Ist das Ergebnis signifikant?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der empirische F-Wert unter der Nullhypothese auftritt?
- c) Wie viele experimentelle Bedingungen wurden in der Untersuchung miteinander verglichen?
- d) Welche Bedingungen unterscheiden sich signifikant voneinander?
- e) Wie viele Versuchspersonen wurden insgesamt untersucht?

Aufgabe 3:

In einer Untersuchung zum Einfluss von Belohnung auf Reaktionszeiten haben sich folgende Daten ergeben. Die Tabelle gibt die mittleren Reaktionszeiten (in Millisekunden) der einzelnen Versuchspersonen in den verschiedenen experimentellen Bedingungen wieder. In jeder Bedingung wurden unterschiedliche Versuchspersonen untersucht:

Aufgaben mit SPSS und G*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 1* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

Keine Belohnung	5€	10€	20€
534 ms	493 ms	372 ms	420 ms
260 ms	215 ms	210 ms	299 ms
237 ms	283 ms	295 ms	308 ms
437 ms	321 ms	319 ms	222 ms
353 ms	258 ms	311 ms	265 ms
523 ms	439 ms	329 ms	273 ms
635 ms	248 ms	259 ms	320 ms
274 ms	275 ms	219 ms	267 ms
320 ms	342 ms	234 ms	201 ms
302 ms	230 ms	190 ms	240 ms

- Geben Sie die Daten in SPSS ein.
- Rechnen Sie eine einfaktorielle Varianzanalyse ($\alpha = 5\%$). Unterscheiden sich die Gruppen signifikant voneinander? Wie groß ist der Effekt?
- Wie groß sind die Mittelwerte der einzelnen experimentellen Bedingungen?
- Welche Gruppen unterscheiden sich signifikant voneinander?
- Wie groß war die Teststärke dieser Untersuchung, einen mittleren Effekt zu finden?

Lösungen

Aufgabe 1

a) Ein Effekt von $f = 0,25$ ($\Omega^2 = 0,06$) ist nach den Konventionen von Cohen ein mittlerer Effekt.

Test family		Statistical test	
F tests		ANOVA: Fixed effects, omnibus, one-way	
Type of power analysis			
A priori: Compute required sample size - given alpha, power, and effect size			
Input Parameters		Output Parameters	
Determine =>		Noncentrality parameter λ	11.2500000
Effect size f	0.25	Critical F	2.6559389
α err prob	0.05	Numerator df	3
Power ($1-\beta$ err prob)	0.80	Denominator df	176
Number of groups	4	Total sample size	180
		Actual power	0.8039869

Der Wissenschaftler benötigt insgesamt 180 Personen (45 pro Gruppe), um in seiner Untersuchung einen mittleren Effekt mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% zu finden.

b) Um einen kleinen Effekt von $f = 0,1$ ($\Omega^2 = 0,01$) mit einer Teststärke von mindestens 80% zu finden, müsste der Wissenschaftler 1096 Personen erheben (274 pro Gruppe). Für einen großen Effekt von $f = 0,4$ ($\Omega^2 = 0,14$) wären es nur 76 (19 pro Gruppe). An diesem Beispiel wird sehr eindrücklich deutlich, wie dramatisch die Größe des zu erwartenden Effektes bei ansonsten gleich bleibenden Rahmenbedingungen die benötigte Stichprobengröße verändert.

Input Parameters		Output Parameters	
Determine =>		Noncentrality parameter λ	10.9600000
Effect size f	0.10	Critical F	2.6130528
α err prob	0.05	Numerator df	3
Power ($1-\beta$ err prob)	0.80	Denominator df	1092
Number of groups	4	Total sample size	1096
		Actual power	0.8007324

Aufgaben mit SPSS und G*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 1* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

Input Parameters		Output Parameters		
Determine =>	Effect size f	0.40	Noncentrality parameter λ	12.1600000
	α err prob	0.05	Critical F	2.7318070
	Power (1- β err prob)	0.80	Numerator df	3
	Number of groups	4	Denominator df	72
			Total sample size	76
			Actual power	0.8234006

Aufgabe 2

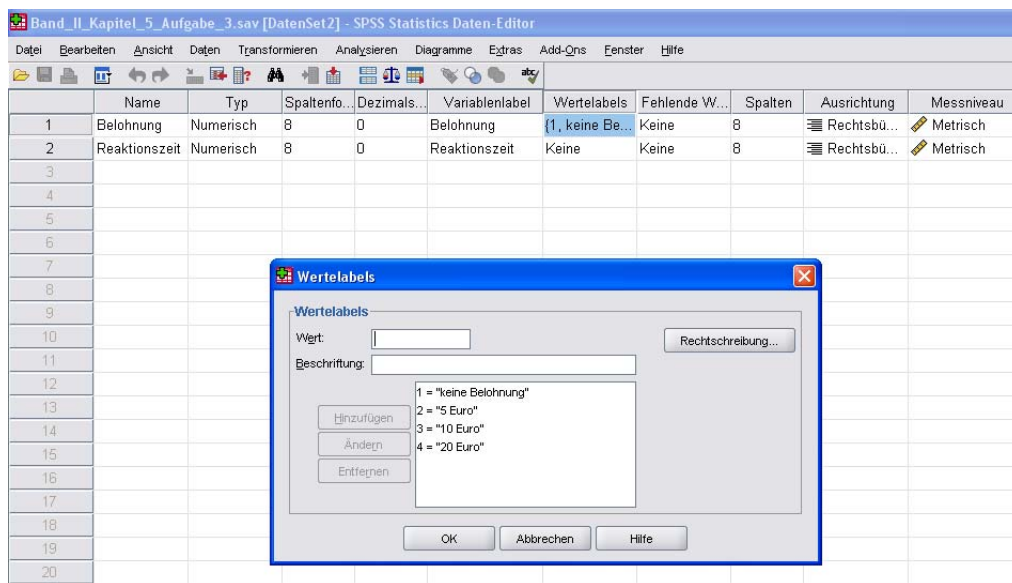
- Die einfaktorielle Varianzanalyse liefert ein signifikantes Ergebnis ($p < 0.05$).
- Die Wahrscheinlichkeit, dass der F-Wert ($F_{(2;87)} = 4,747$) unter der Annahme der Nullhypothese auftritt, ist sehr klein ($p = 0,011$).
- Die Anzahl der Zählerfreiheitsgrade ist $df_{\text{zwischen}} = 2$. Die Anzahl der Zählerfreiheitsgrade berechnet sich im Fall der einfaktoriellen Varianzanalyse nach $df_{\text{zwischen}} = p - 1$. Es wurden also drei experimentelle Bedingungen miteinander verglichen.
- Eine Varianzanalyse vergleicht alle experimentellen Bedingungen simultan miteinander. Ein signifikantes Ergebnis weist nur darauf hin, dass sich irgendeine Bedingung signifikant von mindestens einer anderen Bedingung unterscheidet. Welche Bedingungen sich genau unterscheiden, lässt sich erst mit Hilfe einer Post Hoc Analyse klären.
- Die Anzahl der Nennerfreiheitsgrade ergibt sich in einer einfaktoriellen Varianzanalyse aus $df_{\text{innerhalb}} = p \cdot (n - 1)$. Pro Gruppe wurden also $(87 / 3) + 1 = 30$ Versuchspersonen erhoben, insgesamt $N = 90$.

Aufgabe 3

- Vor der Eingabe der Daten sollten Sie zunächst zwei Variablen definieren. Die erste Variable (unabhängige Variable UV) kodiert die experimentelle Bedingung („Belohnung“). Hier bietet es sich an, unter „Wertelabels“ die Namen der Bedingungen mit anzugeben. Die zweite Variable ist die abhängige Variable (AV) und beinhaltet die Reaktionszeit.

Aufgaben mit SPSS und G*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 1* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.



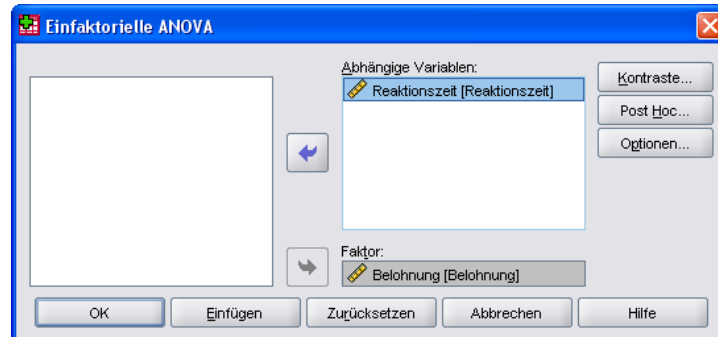
Nun können Sie in der Variablenansicht die Daten eingeben. In der UV („Belohnung“) müssen Sie jeweils die Nummer der Gruppe (1-4) angeben, in der AV die entsprechende Reaktionszeit. Sie erhalten das folgende Datenfenster.

Quelle: <http://www.quantitative-methoden.de>

Aufgaben mit SPSS und G*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 1* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

- b) „Analysieren“ → „Mittelwerte vergleichen“ → „einfaktorielle ANOVA“. Die Variable „Belohnung“ ist der Faktor (oder die UV), die Variable „Reaktionszeit“ die abhängige Variable. Aktivieren Sie unter „Optionen“ auch die Anzeige der deskriptiven Statistiken.



ONEWAY deskriptive Statistiken

Reaktionszeit

	N	Mittelwert	Standardabweichung	Standardfehler	95%-Konfidenzintervall für den Mittelwert		Minimum	Maximum
					Untergrenze	Obergrenze		
keine Belohnung	10	387.50	136.778	43.253	289.65	485.35	237	635
5 Euro	10	310.40	91.409	28.906	245.01	375.79	215	493
10 Euro	10	273.80	60.061	18.993	230.84	316.76	190	372
20 Euro	10	281.50	61.437	19.428	237.55	325.45	201	420
Gesamt	40	313.30	100.111	15.829	281.28	345.32	190	635

ONEWAY ANOVA

Reaktionszeit

	Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Signifikanz
Zwischen den Gruppen	80855.400	3	26951.800	3.130	.037
Innerhalb der Gruppen	310011.000	36	8611.417		
Gesamt	390866.400	39			

Die einfaktorielle Varianzanalyse liefert ein signifikantes Ergebnis ($p < 0,05$).

Um die Effektstärke zu berechnen, müssen Sie in G*Power die Mittelwerte und Größen der einzelnen Gruppen eingeben. Außerdem müssen sie per Hand die mittlere Streuung der Gruppen berechnen:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2 + \hat{\sigma}_4^2}{4}} = \sqrt{\frac{136,778^2 + 91,409^2 + 60,061^2 + 61,437^2}{4}} = 92,80$$

Dies führt Sie zu folgendem Fenster zur Berechnung der Effektgröße.

Aufgaben mit SPSS und G*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 1* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

Number of groups: 4
SD σ within each group: 92.80

Group	Mean	Size
1	387.5	10
2	310.4	10
3	273.8	10
4	281.5	10

Equal n: 10
Total sample size: 40
Calculate Effect size f: 0.4844808
Calculate and transfer to main window
Close

Es ist ebenfalls möglich, den Effekt über die Varianzen zu berechnen. Auch dafür finden Sie die Angaben im SPSS Output. Der auf diesem Weg berechnete Effekt ist etwas größer. Beide Berechnungsarten kommen aber zu einem großen Effekt nach Cohen (1988).

From variances
Variance explained by special effect: 80855.4
Variance within groups: 310011

Direct
Partial η^2 : 0.206862

Calculate Effect size f: 0.5107001
Calculate and transfer to main window
Close

c) Die Mittelwerte lassen sich unter „Optionen“ → „Deskriptive Statistiken“ ausgeben. Sie lassen sich auch als Diagramm darstellen.

Einfaktorielle ANOVA: Optionen

Statistiken

- Deskriptive Statistik
- Feste und zufällige Effekte
- Test auf Homogenität der Varianzen
- Brown-Forsythe
- Welch

Diagramm der Mittelwerte

Fehlende Werte

- Fallausschluss Test für Test
- Listenweiser Fallausschluss

Weiter Abbrechen Hilfe

Quelle: <http://www.quantitative-methoden.de>

Aufgaben mit SPSS und G*Power

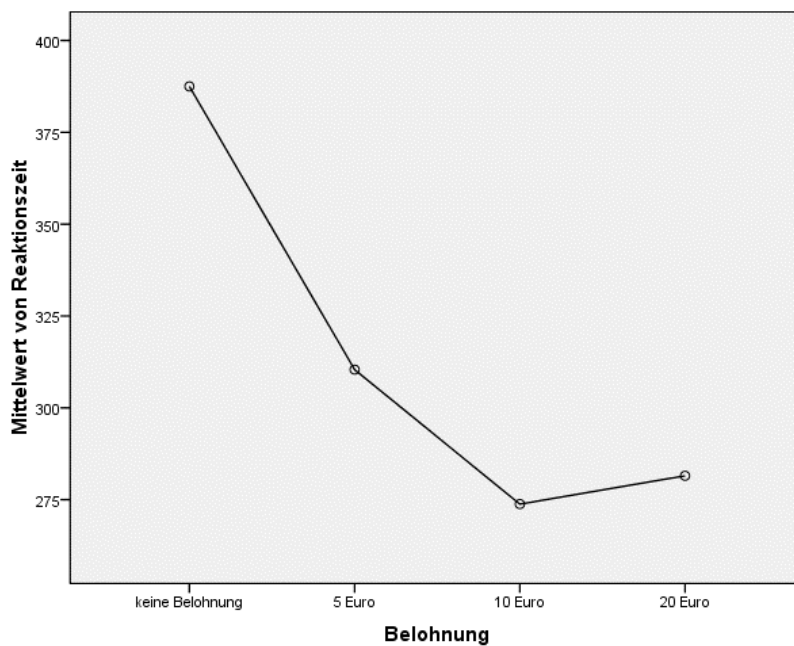
Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2010). *Quantitative Methoden. Band 1* (3. Auflage). Heidelberg: Springer.

ONEWAY deskriptive Statistiken

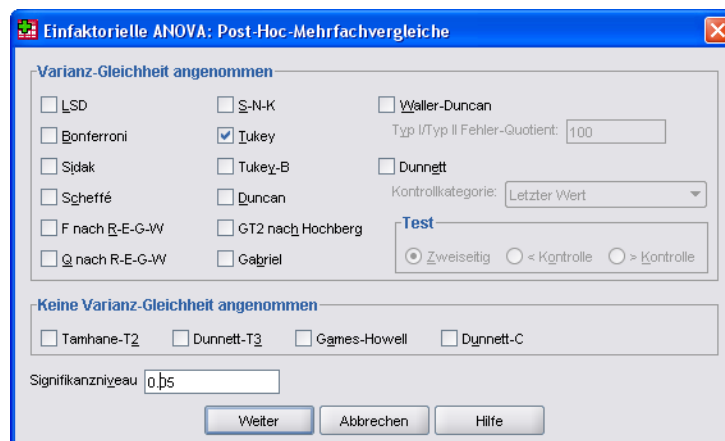
Reaktionszeit

	N	Mittelwert	Standardabweichung	Standardfehler	95%-Konfidenzintervall für den Mittelwert		Minimum	Maximum
					Untergrenze	Obergrenze		
keine Belohnung	10	387.50	136.778	43.253	289.65	485.35	237	635
5 Euro	10	310.40	91.409	28.906	245.01	375.79	215	493
10 Euro	10	273.80	60.061	18.993	230.84	316.76	190	372
20 Euro	10	281.50	61.437	19.428	237.55	325.45	201	420
Gesamt	40	313.30	100.111	15.829	281.28	345.32	190	635

Mittelwert-Diagramme



- d) Für die Beantwortung der Frage, welche der experimentellen Bedingungen sich signifikant unterscheiden, ist eine Post Hoc Analyse notwendig. Unter „Post Hoc...“ wählen Sie dafür z.B. den Tukey HSD Test aus und wählen ein Signifikanzniveau von 0,05.



Quelle: <http://www.quantitative-methoden.de>

Post-Hoc-Tests

Mehrfachvergleiche

Reaktionszeit
Tukey-HSD

(I) Belohnung	(J) Belohnung	Mittlere Differenz (I-J)	Standardfehler	Signifikanz	95%-Konfidenzintervall	
					Untergrenze	Obergrenze
keine Belohnung	5 Euro	77.100	41.500	.264	-34.67	188.87
	10 Euro	113.700*	41.500	.045	1.93	225.47
	20 Euro	106.000	41.500	.068	-5.77	217.77
5 Euro	keine Belohnung	-77.100	41.500	.264	-188.87	34.67
	10 Euro	36.600	41.500	.814	-75.17	148.37
	20 Euro	28.900	41.500	.898	-82.87	140.67
10 Euro	keine Belohnung	-113.700*	41.500	.045	-225.47	-1.93
	5 Euro	-36.600	41.500	.814	-148.37	75.17
	20 Euro	-7.700	41.500	.998	-119.47	104.07
20 Euro	keine Belohnung	-106.000	41.500	.068	-217.77	5.77
	5 Euro	-28.900	41.500	.898	-140.67	82.87
	10 Euro	7.700	41.500	.998	-104.07	119.47

*. Die Differenz der Mittelwerte ist auf dem Niveau 0.05 signifikant.

Die Post Hoc Analyse mit Hilfe des Tukey HSD Tests ergibt, dass sich nur die Gruppen „keine Belohnung“ und „10 € Belohnung“ signifikant voneinander unterscheiden. Ansonsten liegen keine signifikanten Unterschiede vor. Zwischen den Gruppen „keine Belohnung“ und „20 € Belohnung“ ergibt sich ein statistischer Trend ($p > 0.1$) oder anders ausgedrückt: ein „marginal signifikantes“ Ergebnis.

- e) Es wurden insgesamt 40 Personen erhoben. Bei einem Signifikanzniveau von 5% ist die Wahrscheinlichkeit, einen mittelgroßen Effekt von $f = 0,25$ ($\Omega^2 = 0,06$) zu finden, nur ca. 21%. Die Untersuchung hat nicht genügend Teststärke, um mittlere Effekte mit einer ausreichenden Wahrscheinlichkeit zu entdecken, falls sie existieren.

The screenshot shows the G*Power software interface. The 'Test family' is set to 'F tests' and the 'Statistical test' is 'ANOVA: Fixed effects, omnibus, one-way'. The 'Type of power analysis' is 'Post hoc: Compute achieved power - given alpha, sample size, and effect size'. Under 'Input Parameters', 'Effect size f' is 0.25, 'alpha err prob' is 0.05, 'Total sample size' is 40, and 'Number of groups' is 4. Under 'Output Parameters', 'Noncentrality parameter lambda' is 2.5000000, 'Critical F' is 2.8662656, 'Numerator df' is 3, 'Denominator df' is 36, and 'Power (1-beta err prob)' is 0.2122400.

Literatur

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NY: Erlbaum.